

第 13 回講義

- 「運動量」に対応する「角運動量」という物理量を定義する.
  - (ア)原点を適当な位置に定める
  - (イ)原点から運動する物体に引いた位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  とする.
  - (ウ)物体の運動量を  $\mathbf{p}$  とするとき, 角運動量  $\mathbf{L}$  は

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (1)$$

- 同様にして「力」に対応する「力のモーメント」という物理量を定義する. なお, これは「トルク」とも呼ばれる.
  - (ア)原点は, 角運動量と同じ点にとる
  - (イ)原点から力を加える点に引いた位置ベクトルを  $\mathbf{r}$  とする.
  - (ウ)加える力を  $\mathbf{F}$  とするとき, 力のモーメント  $\mathbf{N}$  は

$$\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (2)$$

- 外積の定義とルール:

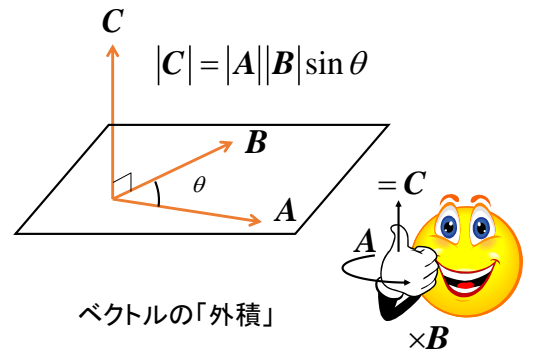
- (ア)外積はベクトルとベクトルの積の一種
- (イ)結果もベクトル量

$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$  のとき,

$$C = AB \sin\theta \quad (3)$$

- (ウ)向きは,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  に垂直, かつ  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$  に右ねじの方向.

- (エ)  $C$  は,  $\mathbf{A}$  と  $\mathbf{B}$  が作る平行四辺形の面積.



- デカルト座標における外積の計算法

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \text{ のとき } \mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix} \leftarrow \mathbf{i}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix} \leftarrow \mathbf{j}$$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} A_y B_z - A_z B_y \\ A_z B_x - A_x B_z \\ A_x B_y - A_y B_x \end{pmatrix} \leftarrow \mathbf{k}$$

- 運動方程式  $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$  は,

$$\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{N} \quad (4)$$

と書き換えられる. つまり, 物体の角運動量の変化率は物体に与えられた力のモーメントに等しい.

- ここから直ちに, 物体に力のモーメントが加わらないとき, 物体はその角運動量を変えないという「角運動量保存則」が成立する. これは, 運動量保存則と同等の強い保存則である.