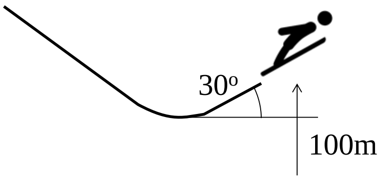
学籍番号　　　　　　　　　　氏名　　　　　　　　　　　　　　　　　　　得点

指定が無い限り重力加速度の大きさを g とする．

Q1: ジャンパーが秒速 20.0m で高さ 100m のジャンプ台から角度 30º で上方に飛び出した．本問は重力加速度の大きさを 9.80m/s^2 とする．



(1) 地上の高さでジャンパーが持つ速さを求めよ(10).

地上での速さは，飛び出した角度には依存しない．単純にエネルギー保存則を用いて解くこと．

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv^2. \quad v=48.6\text{m/s}.$$

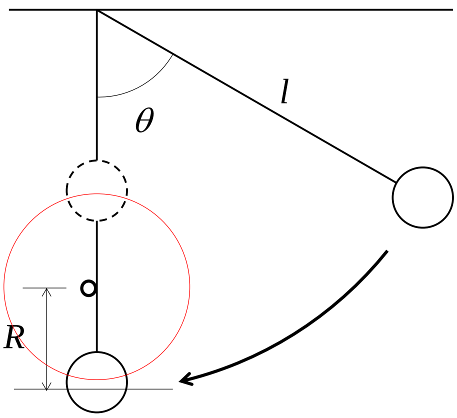
(2) ジャンパーが到達する最高点の高さを求めよ(10).

ジャンパーの水平方向の速度は 17.3m/s で一定．最高点においては，垂直方向の速度はゼロだから，以下の等式が成立．

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}m(17.3)^2 + mgh_0, \quad h_0=105\text{m}.$$

別解：鉛直方向の初速度 10m/s の投げ上げの最高点は $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$ を解いて 5.1m である．

Q2: 長さ l の糸に質量 m のおもりをつけた振り子がある．



(1) この振り子の最大のふれが θ のとき，最下点でのおもりの速さを求めよ(10).

右図を見て，エネルギー保存則を使えば簡単な問題．正直に運動方程式で解くのは不可能ではないが大変難しい．

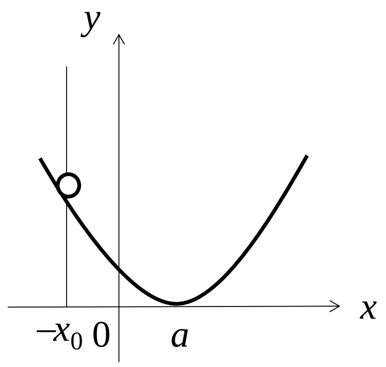
$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(l - l\cos\theta) \qquad v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$$

(2) 糸の支点の真下，下から測って R の位置に杭を打つと，条件によってはおもりは杭を支点に回転する．おもりが杭の真上の位置にいるときの速さを求めよ(10).

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(l - l\cos\theta - 2R) \qquad v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta) - 4gR}$$

Q3: 図のように $y=(x-a)^2$ で表される曲線状の斜面がある．物体を $x=-x_0$ から静かに離した．

(1) $x=a$ における物体の速さを求めなさい(10).



単純な問題. ただし, $x=x_0$ における高さが $(-x_0-a)^2$ であることに注意.

$v=\sqrt{2g}\left(x_0+a\right)$. ※マイナスは不正解.

(2) 物体の速さを x の関数で表しなさい(10).

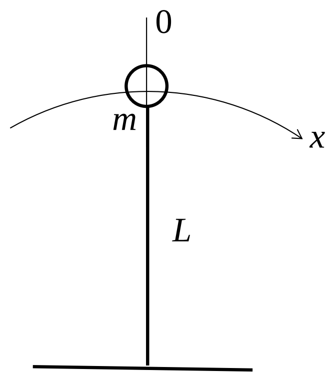
エネルギー保存則から，$\frac{1}{2}mv^2+mg(x-a)^2=mg(-x_0-a)^2$. 整理して，$v=\sqrt{2g\left\{(-x_0-a)^2-(x-a)^2\right\}}$.

(3) 物体はある x 座標まで行くと反対方向に動き出す．この x 座標を求めよ(10).

図式的に求めるほうが簡単. 物体は最初と同じ高さまでしか上がれない. その時の x 座標は $x=x_0+2a$.
(1)式の平方根の中身が正である条件，としてもよい.

Q4: 図のような「倒立振子」が力学的に不安定であることを示す.

(1) おもりの軌道にそって，図のように x 軸を取る．地上の高さを $U=0$ として，ポテンシャルエネルギーを x の関数で示せ(10).



$U=mgL\cos\frac{x}{L}$

(2) おもりが保存力から受ける力を x の関数で示せ(10).

$F_x=-\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}=mg\sin\frac{x}{L}$

(3) この系が力学的に不安定である理由を述べよ(10).

保存力の符号が x の符号と一致するので，おもりがわずかでも原点から動けば，ますます同じ方向に動く様な力が働く．そのため，おもりは $x=0$ の位置にとどまれず，不安定である.

別解：$x=0$ で $\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}x^2}=-\frac{mg}{L}\cos\frac{x}{L}<0$ のため，この釣り合いは不安定.