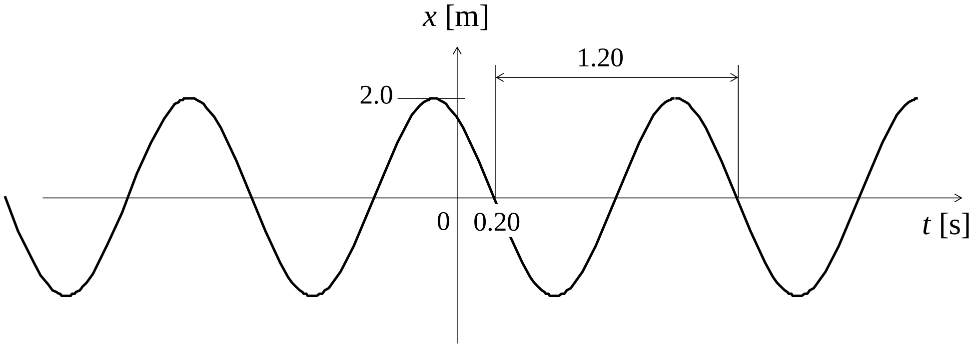
学籍番号 氏名 得点

重力加速度の大きさを g とせよ.

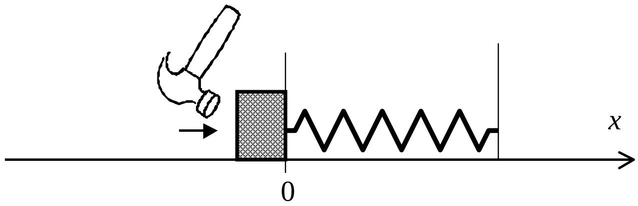
Q1:下図の様に表される単振動を数式で表しなさい. 円周率は 3.14 として, 有効数字 2 桁で解答せよ(10).



$x(t)=2.0\cos(5.2t+0.52)$ または $x(t)=-2.0\sin(5.2t-1.0)$

最大の変位は 2.0, 変位が最大になったときの時刻は−0.10 s で, 周期は 1.20 s であることがわかる. ここから $\omega=\frac{2\pi}{1.2}$ が得られ, cos を選べば $\frac{2\pi}{1.2}\times(-0.1)+\theta_0=0$, −sin を選べば $\frac{2\pi}{1.2}\times 0.2+\theta_0=0$ を得る.

Q2: ばね定数 k のばねの一端を固定して, 他端に質量 m のおもりをつけ, 摩擦のない床に水平に置いた. 時刻 0 でおもりを叩いて右向きに初速度 v_0 を与えた. 座標軸を図の様に取る。以下の問いに答えなさい.



(1) おもりの運動を表す運動方程式を書け(10).

$m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$. 基本中の基本です.

※運動方程式は初期条件によらない.

(2) おもりの運動を決定せよ(10).

微分方程式の解は自動的に $x=A\sin(\omega t)+B\cos(\omega t)$. ただし A, B は任意定数, $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$. 速度は 1 階微分して $v=\omega\{A\cos(\omega t)-B\sin(\omega t)\}$. t=0 における初期条件, x=0, v=v_0 を代入し, 定数 A, B を定めれば,

$x=v_0\sqrt{\frac{m}{k}}\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$.

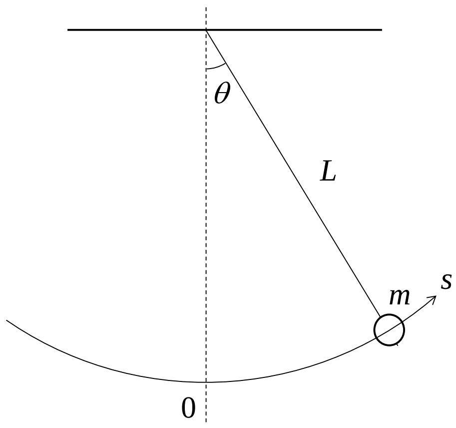
(3) おもりの振幅を求めよ(10).

(2)の解を使い, $x_{\max}=v_0\sqrt{\frac{m}{k}}$.

(4) おもりの最大加速度(絶対値)を求めよ(10).

最大加速度は $a_{\max}=\omega^2x_{\max}=\sqrt{\frac{k}{m}}v_0$.

Q3: おもりの質量が m，長さ L の振り子について考える．ここで，教科書とは違う解法を採用する．



(1) 独立変数を，おもりの位置を鉛直から軌道にそって測った距離 s とする．s に関する運動方程式を立てなさい(10).

ヒント：運動は s 方向に限定されているので，$m\dfrac{d^2s}{dt^2} = [s$ に沿った力$]$

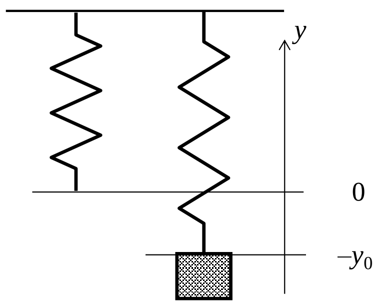
$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -mg\sin\theta$$

(2) t=0 でおもりを $s=s_0$ から静かに放したとして，振り子の運動 $s(t)$を決定せよ．ただしここで $\sin\theta \approx \dfrac{s}{L}$ の近似を採用する(10).

運動方程式は $\dfrac{d^2s}{dt^2} = -\dfrac{s}{L}g$ で，これは単振動である．解は $\theta = A\sin\omega t + B\cos\omega t$ (ただし $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L}}$，$A$，$B$ は任意定数)．t=0 で $s=s_0$，v=0 という初期条件を代入すれば A と B が決定できて，

$$s = s_0\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right).$$

Q4: 図のように，上端を固定されて鉛直に置かれたばねの下端に質量 m のおもりを取り付けたところ，おもりは y_0 だけ下がった．以下の問に答えよ．



(1) ばね定数を求めよ(10).

$$ky_0 = mg \rightarrow k = \frac{mg}{y_0}$$

(2) 鉛直上向きに y 軸を取った．おもりの運動方程式を示せ (10).

おもりに加わる力は重力と復元力.

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg - \frac{mg}{y_0}y$$

(3) おもりを僅かに押し下げ，手を離すとおもりは単振動運動をする．運動の角振動数を求めよ(10).

運動方程式が斉次でも非斉次でも角振動数は変わらない． $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{y_0}}$.