

学籍番号 _____ 氏名 _____ 得点 _____

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

物体の運動を記述するためには、運動方程式があれば充分であることは間違いない。しかし、ある種の運動は、新しい物理量を導入することでよりわかりやすく記述できる。質点の運動量を \mathbf{p} 、質点に働く力を \mathbf{F} とするとき、運動方程式は _____ と書ける。いま、質点の位置ベクトルを \mathbf{r} としたとき、 $\mathbf{L} = \text{_____}$ を「角運動量」、 $\mathbf{N} = \text{_____}$ を「力のモーメント」と定義する。すると、運動方程式は _____ (数式) と変形できることが示せる。この形は、物体が回転運動するような問題の解析に威力を発揮する。

Q2: 以下のステップで、 $\dot{\mathbf{L}} = \mathbf{N}$ を証明せよ(5×4=20).

(1) ニュートンの運動方程式、 $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ を、 $\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F}$ と書き直す。両辺に左から \mathbf{r} ベクトルを外積すると、
_____ を得る。

(2) 右辺は、定義から _____ (文章) ベクトルである。一方の左辺は、 $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ な

る物理量の時間微分を考える。 $\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{p})$ を、積の微分公式を使って展開すると、

$\frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = \text{_____}$ となる。ここで、 $\dot{\mathbf{r}}$ と \mathbf{p} は常に平行だから、 $\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{p}$ はゼロ

である。したがって、 $\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{p}} = \text{_____}$ なる関係があることがわかる。角運動量の定義よ

り $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ だから、題意が示された。

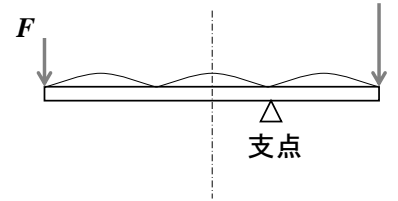
Q3: 位置ベクトル $\mathbf{r} = (1, 2, -1)$ [m] にあり、質量 2 kg、速度ベクトル $\mathbf{v} = (1, -3, 2)$ [m/s] を持つ質点がある。以下の問いに答えよ。

(1) 質点の角運動量ベクトル \mathbf{L} を求めよ(10)。 ※単位を忘れないこと

(2) この質点に $F = (1, 5, 1)$ [N] の力を加えた. 質点に働く力のモーメント N を求めよ(10).

Q4: 図の様な長さ L のシーソーのつり合いを考える. 支点は棒の長さの $1/3$ の位置にある. 棒は軽く, 棒と支点の間の摩擦は無視できる.

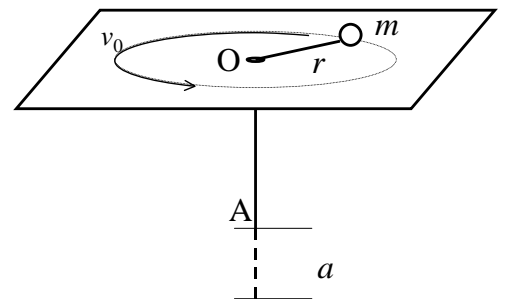
(1) 左端を大きさ F の力で垂直に押したとき, つりあいを保つため右端に垂直に加える力の大きさを答えよ(10).



(2) 角運動量保存則は原点をどこに定めても成立する. 上図の状態で見せよう. 上図の状態で見せよう. 原点をシーソーの右端にとり, シーソーに働く力のモーメントの和を求めよ. モーメントはスカラー量で考え, 右回りを正とする(10).

Q5: 水平に固定されたなめらかな板の中心に開けられた小さい穴 O に糸を通し, 質量 m の小球 P を付ける.

(1) 糸の他端 A を持ち, 糸を張ったまま小球に初速 v_0 を与え, 板上で半径 r , 反時計回りの等速円運動をさせた. 糸の角運動量ベクトルの向きと大きさを求めよ(5×2=10).



(2) 次に, ひもを距離 $a (< r)$ だけゆっくり引き下げた. その後の小球の円運動の速さを求めよ(10).