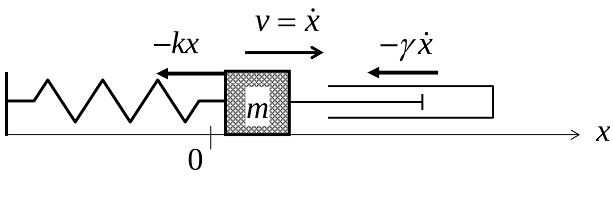
学籍番号＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿ 得点＿＿＿＿＿＿

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×10=50).

下図のような，ばねとおもりとダンパーからなる系は，＿＿＿＿＿・＿＿＿＿＿・＿＿＿＿＿微分方程式で表される問題の典型である．一般にこれは $\ddot{x}+2\kappa\dot{x}+\omega_0{}^2x=0$ (a)の形に書かれる．(a)の一般解を求めるための＿＿＿＿＿＿＿＿(文章)は次の形に書ける．＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿．根は λ_1=＿＿＿＿＿＿＿＿，λ_2=＿＿＿＿＿＿＿＿になる．すると微分方程式の解は，λ_1 と λ_2 を使って＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿(C_1，C_2 は定数)と書けることが知られている．注意すべきは，λ_1 と λ_2 は＿＿＿＿＿＿＿＿(b)の符号により正の実数，ゼロ，複素数を取りうる点で，それぞれの場合で運動は全く異なる様子を示す．(b)>0 のとき運動は＿＿＿＿＿＿＿＿(文章)，(b)=0 のときは臨界減衰，(b)<0 のときは＿＿＿＿＿＿＿＿(文章)となる．(b)<0 のとき，解は複素数の指数を含むが，オイラーの公式を使えばこれは $x(t)$=＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿(A，B は任意の定数)と書ける．ただし $\omega=\sqrt{\omega_0{}^2-\kappa^2}$ である．

Q2: ばね定数 k のばねにつながれた質量 m のおもりに，速度に比例する抵抗力が働く一次元の運動を考える．バネの自然長からの伸びを x，粘性抵抗力を $-\gamma\dot{x}$ （γ は正の比例定数)とする．



(1) 以降の計算を容易にするため，運動方程式を $\ddot{x}+2\kappa\dot{x}+\omega_0{}^2x=0$ と書き直す．κ，ω_0 を図に示された量で表わせ(5×2=10).

(2) 特性方程式(2 次方程式)を立て，その根を求めよ(10).

(3) $\omega_0{}^2 = \dfrac{3}{4}\kappa^2$ の場合の運動方程式の一般解を，κ を使い示しなさい．積分定数を C_1, C_2 とすること(10).

(4) $\kappa^2 - \omega_0{}^2 < 0$ の場合，特性方程式の根は 2 つの共役複素数となる．いま，これを $\lambda_1 = -\kappa + i\beta$, $\lambda_2 = -\kappa - i\beta$ と置く．運動方程式の一般解を，指数関数を使って表わせ．積分定数を C_1, C_2 とすること(10).

(5) $\omega_0{}^2 \gg \kappa^2$ のとき，初期条件を適切に選ぶと系の運動は $x = X_0 e^{-\kappa t}\cos(\omega_0 t)$ (X_0 は任意の定数)で表される緩やかな減衰振動となる．運動のおよその形が分かるグラフを右に描きなさい t 軸上，×点を通るように描くこと．(10).