学籍番号　　　　　　　　氏名　　　　　　　　　　　　　　　　　得点

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

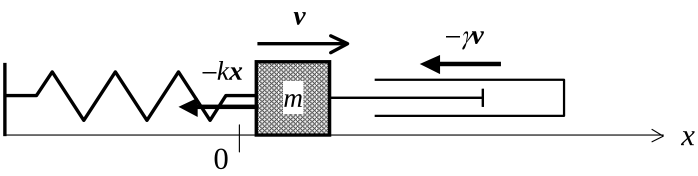
抵抗のあるばねとおもりの系を周期的外力で駆動するとき，運動方程式は

__________・__________・__________微分方程式に分類される．解き方は，まず斉次(同次)形について

______________________を立て，根を求めれば，根 λ_1 と λ_2 を使って x_1=______________と書ける．続

いて，非斉次(非同次)形の______________x_2 を一つ求め，x_1 と x_2 を加えたものが運動の一般解である．

Q2: ばね定数 k のばねに繋がれた質量 m のおもりに, 速度に比例する抵抗力が働く運動を考える. バネの自然長からの伸びを x, 粘性抵抗力を $-\gamma\dot{x}$ (γ は正の比例定数)とする.



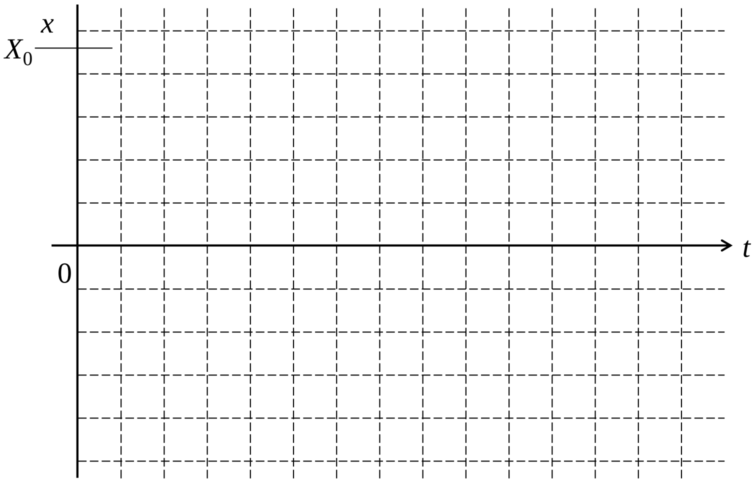
(1) 以降の計算を容易にするため，$2\kappa = \dfrac{\gamma}{m}$，$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ と置く. 特性方程式を立て, 根を求めよ(10).

(2) $\omega_0{}^2 = \dfrac{3}{4}\kappa^2$ の場合の運動方程式の一般解を, κ を使い示しなさい. 積分定数を C_1, C_2 とすること(10).

(3) $\kappa^2 - \omega_0{}^2 < 0$ の場合, 特性方程式の根は 2 つの共役複素数となる. いま, これを $\lambda_1 = -\alpha + i\beta$，$\lambda_2 = -\alpha - i\beta$ と置く. 運動方程式の一般解を, 指数関数を使って表わせ. 積分定数を C_1, C_2 とすること(10).

(4) $x(t)$が実数であることから，C_1，C_2 は互いに共役複素数でなくてはならない．これを $C_1 = Re^{i\delta}$ ，$C_2 = Re^{-i\delta}$ と置く．オイラーの公式を用い，複素数を使わない形に解を書き換えよ (10).

(5) $\omega_0{}^2 \gg \kappa^2$ なら系の運動は $x = X_0 e^{-\kappa t}\cos(\omega_0 t)$ (X_0 は任意の定数)で表される緩やかな減衰振動となる．運動のおよその形が分かるグラフを右に描きなさい(10).



Q3: Q2 の系を，周期的な外力 $F(t)=F_0\cos(\omega_0 t)$で駆動する．以降は， $2\kappa = \dfrac{\gamma}{m}$ ，$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ と置く.

(1) 運動方程式を示しなさい(10).

(2) 運動方程式の特殊解を求めよ(10).

(3) $\kappa^2 > \omega_0{}^2$ のとき，充分な時間が経つと運動は単振動となる．振幅を求めよ(10).