学籍番号　氏名　得点

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

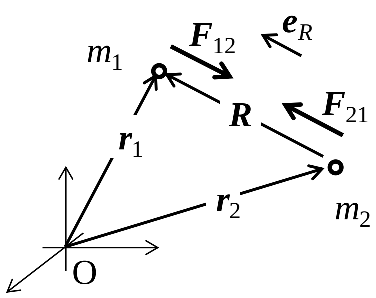
対象となる物体が 2 個で，それらが相互に及ぼす力のみが働く問題を 2 体問題 (A)と呼ぶ.

(A)は，以下の方法で比較的容易に解析できる．物体 1，2 の質量を m_1，m_2，位置ベクトルを $\boldsymbol{r}_1$，$\boldsymbol{r}_2$ とする．物体 2 を原点に取り，物体 1 の相対位置，$\boldsymbol{R}$= $\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ の時間変化考えることにする．物体 1 に働く力は必ず中心力 $F(R)\boldsymbol{e}_R$ で, 運動方程式は $\mu\ddot{\boldsymbol{R}} = F(R)\boldsymbol{e}_R$ と書ける. ここで μ は「換算質量」と呼ばれる量で，定義は $\dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ である.

Q2: デカルト座標(1, 2) [m]に質量 1kg の質点，(2, 1) [m]に質量 2kg の質点が置かれた．系の重心の座標を答えよ．分数で解答のこと(10).

$x_G = \dfrac{1\times1+2\times2}{1+2} = \dfrac{5}{3}$ ， $y_G = \dfrac{2\times1+1\times2}{1+2} = \dfrac{4}{3}$ 　　答：$\left(\dfrac{5}{3}, \dfrac{4}{3}\right)$(m)

Q3: 互いに万有引力を及ぼしあい，三次元空間で運動する質量 m_1，m_2 の質点 1，2 がある．以下の問に答えなさい．以降，ベクトル $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2$ の大きさを R，$\boldsymbol{R}$ 方向の単位ベクトル $\dfrac{\boldsymbol{R}}{R}$ を $\boldsymbol{e}_R$ と表記する.



(1) 重心 $\boldsymbol{r}_G$ の座標を求めよ(10).

$$\boldsymbol{r}_G = \frac{m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2}{m_1 + m_2}$$

(2) 万有引力定数を G として，1 が 2 から受ける力，$\boldsymbol{F}_{12}$ を答えよ(10).

$\boldsymbol{F}_{12} = -G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}\boldsymbol{e}_R$．マイナスの符号に注意.

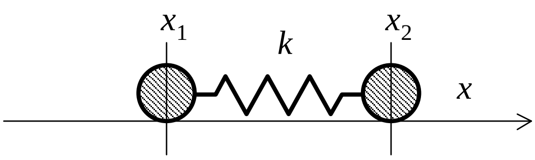
(3) $\boldsymbol{F}_{12}$ と換算質量 μ を使い，$\boldsymbol{R}$ が従う運動方程式を求めなさい(10).

$\mu\ddot{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{F}_{12}$． $\mu\ddot{\boldsymbol{R}} = -G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}\boldsymbol{e}_R$ も可

(4) 2 の周りを 1 が等速円運動する場合の回転周期を求めなさい．質量 m の物体が半径 r の円運動を行うとき，向心力は $m\dfrac{v^2}{r}$，円運動の周期は $\dfrac{2\pi r}{v}$ である(10).

$-G\dfrac{m_1 m_2}{R^2}$ が向心力の大きさ．これを等速円運動の公式 $F_R = \mu\dfrac{v^2}{R}$， $T = \dfrac{2\pi R}{v}$ に代入すれば回転周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{\mu R^3}{G m_1 m_2}}$． μ を展開し， $2\pi\sqrt{\dfrac{R^3}{G(m_1+m_2)}}$ でも良い．

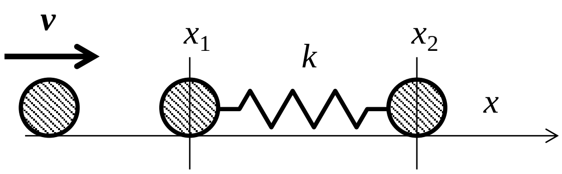
Q4: 水平で摩擦のない床の上に質量 m_1 のおもり 1 と質量 m_2 のおもり 2 がばね定数 k のばねでつながれており，x 軸上を運動する．ばねの自然長は L，ばね定数は k である．以下の問に答えよ．



(1) おもり 1 から見たおもり 2 の相対運動， $x_2 - x_1 = X$ の運動方程式を立てなさい．換算質量 μ を使い解答すること(10)．※ヒント：おもり 2 に加わる力は$-k(X-L)$ である．

$\mu\ddot{X} = -k(X-L)$

はじめ，ばねは自然長でおもり 1，2 は静止していた．時刻ゼロで左からおもり 1 と同じおもりを速度 v で左から弾性衝突させた．



(2) 衝突直後のおもり 1 の速度を求めよ(10).

ばねは自然長なので，おもり 1 には何もつながっていないと考えて良い．速度交換が起こるから，おもり 1 の速度は v.

(3) 衝突後におもり 1，2 の重心は等速直線運動を行う．重心の速度を求めよ(10).

運動量保存則を使う．衝突後に左から来たおもりは静止するから，$m_1 v = (m_1+m_2)v_G$． $v_G = \dfrac{m_1 v}{m_1+m_2}$．