

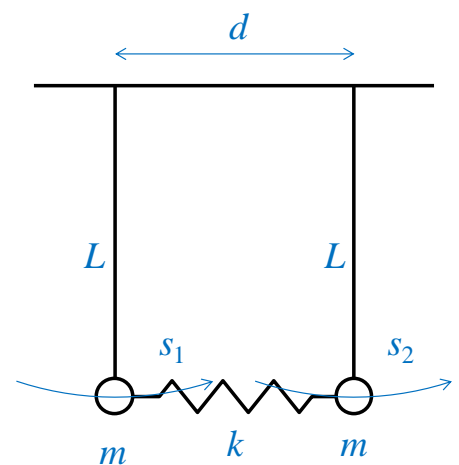
学籍番号 _____ 氏名 _____ 得点 _____

※重力加速度の大きさを g とする.

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×5=25).

複数の質点からなる系を記述するのに必要な変数の数を系の 自由度 (A)と呼ぶ. n 個の(A)を持つ系には n 個の 基準振動 (B)(振動モードともいう)が存在する. (B)とは, 系の全ての質点と同じ振動数, 同じ位相 で振動している状態で, それゆえ, ある瞬間には全ての質点が同時に 平衡の位置 になる. 系のあらゆる振動は(B)の 重ね合わせ で表せることが知られている.

Q2: 図のように, 質量 m のおもりからなる振り子をばねでつないだ. ばねの自然長は d である. 軌道に沿ったおもりの変位を s_1, s_2 とする. 以下の間に答えよ.



(1) 左のおもりに働く力を求めよ. 振れ角は小さく, $\sin\theta \sim \theta$ の近似が使える. ばねの力を求めるとき, おもりは水平に動くに近似してよい(10).

$$\text{重力: } -mg \sin\theta_1 \approx -mg \frac{s_1}{L}$$

ばねの復元力: $-k(s_1 - s_2)$. 符号が合っているか吟味のこと.

$$\text{合力は } -mg \frac{s_1}{L} - k(s_1 - s_2).$$

(2) s_1, s_2 が従う運動方程式をそれぞれ示せ(5×2=10).

$$m \frac{d^2 s_1}{dt^2} = -mg \frac{s_1}{L} - k(s_1 - s_2)$$

$$m \frac{d^2 s_2}{dt^2} = -mg \frac{s_2}{L} + k(s_1 - s_2)$$

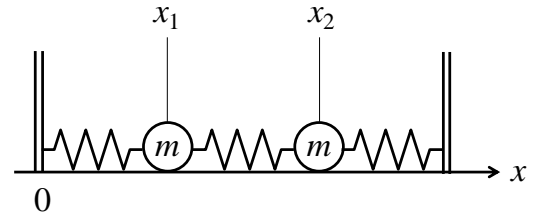
(3) 系には 2 個の基準振動が存在する. それぞれの角振動数を答えよ(5×2=10).

$s_1 + s_2$ を s_+ , $s_1 - s_2$ を s_- とする.

$$\ddot{s}_+ = -g \frac{s_1}{L} - \frac{k}{m}(s_1 - s_2) - g \frac{s_2}{L} + \frac{k}{m}(s_1 - s_2) = -\frac{g}{L}(s_1 + s_2) = -\frac{g}{L}s_+ \quad \omega_+ = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$\ddot{s}_- = -g \frac{s_1}{L} - \frac{k}{m}(s_1 - s_2) + g \frac{s_2}{L} - \frac{k}{m}(s_1 - s_2) = -\frac{g}{L}(s_1 - s_2) - \frac{2k}{m}(s_1 - s_2) = -\left(\frac{g}{L} + \frac{2k}{m}\right)s_- \quad \omega_- = \sqrt{\frac{g}{L} + \frac{2k}{m}}$$

Q3: 水平で摩擦のない床の上に、距離 $3L$ 離れた 2 枚の壁があり、質量 m の小さなおもり 1 とおもり 2 を 3 本のばねでつなぐ。ばねの自然長は L 、ばね定数は k である。図のように座標系を取り、おもり位置を x_1, x_2 とする。以下の間に答えよ。



(1) 左、中央、右のそれぞれのばねの「伸び」を L, x_1, x_2 を使って表わせ(5×3=15).

左 : $x_1 - L$

中央 : $x_2 - x_1 - L$

右 : $2L - x_2$

(2) おもり 1, おもり 2 の運動方程式を立てよ(5×2=10).

$$m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = k(x_2 - 2x_1)$$

$$m \frac{d^2 x_2}{dt^2} = k(3L - 2x_2 + x_1)$$

おもり 1 : $F_L = -k(x_1 - L), F_R = k(x_2 - x_1 - L)$ 力 = $k \times$ 伸び。符号は、右向きが正。

おもり 2 : $F_L = -k(x_2 - x_1 - L), F_R = k(2L - x_2)$

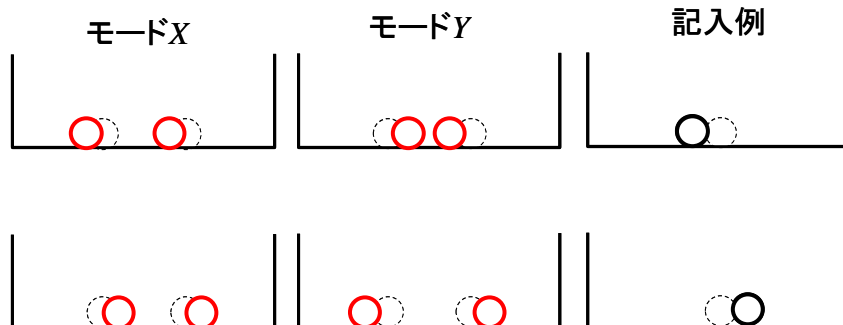
(3) $x_1 + x_2 = X, x_2 - x_1 = Y$ という新たな二つの変数を仮定し、独立した二つの運動方程式を導きなさい(5×2=10).

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} = -k(X - 3L)$$

$$m \frac{d^2 Y}{dt^2} = -3k(Y - L)$$

素直に計算すれば上の解を得る。

X と Y はそれぞれ基準振動を表している。振動の様子を下に描き、それぞれのモードの角振動数を下に書きなさい(モード各 5, 振動数各 5, 計 20).



角振動数 $\sqrt{\frac{k}{m}}$

角振動数 $\sqrt{\frac{3k}{m}}$