学籍番号　　　　　　　　　氏名　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　得点

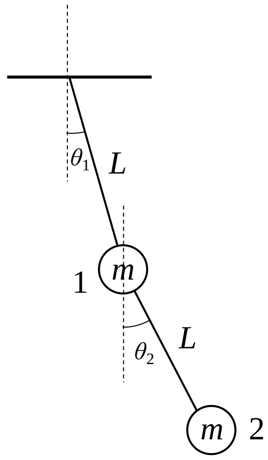
※重力加速度の大きさを g とする.

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

複数の質点からなる系を記述するのに必要な変数の数を系の＿自由度＿(A)と呼ぶ. n 個の(A)を持つ系には n 個の＿基準振動＿(B)(振動モード)が存在する. (B)とは, 系の全ての質点が同じ振動数, ＿同じ位相＿で振動している状態で, それゆえ, ある瞬間には全ての質点が同時に平衡の位置になる. 系のあらゆる振動は(B)の＿重ね合わせ＿で表すことができる.

Q2: 図のように, 2 個のおもりを直列につないだ振り子を「2 重振り子」と呼ぶ. 以下の問に答えよ.

(1) 従属変数を θ_1, θ_2 とする. 振幅が小さい時, おもり 1 にかかる力のひもに垂直な成分を, θ_1, θ_2 を用い表わせ(10).



重力: $-mg\sin\theta_1 \simeq -mg\theta_1$

おもり 2 の張力: $-mg\sin(\theta_1-\theta_2) \simeq -mg(\theta_1-\theta_2)$

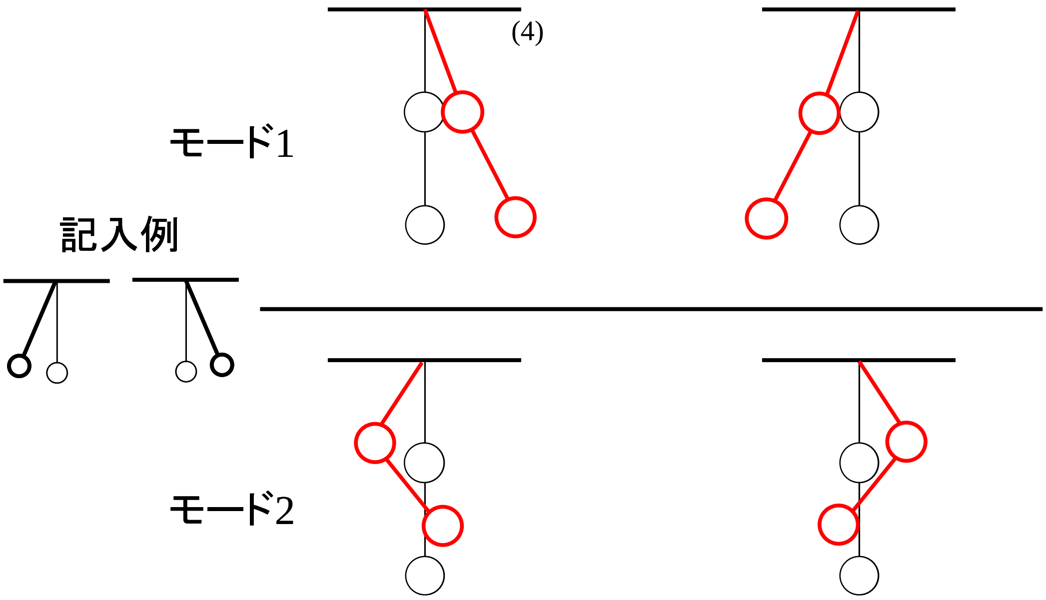
合力は $-mg(2\theta_1-\theta_2)$

(2) θ_1, θ_2 が従う微分方程式を示せ(5×2=10).

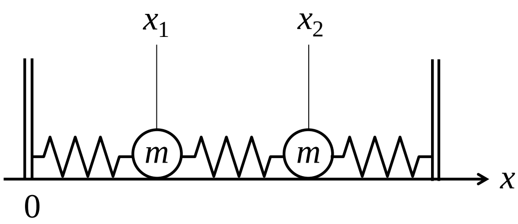
$$\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = -\frac{g}{L}(2\theta_1-\theta_2) \qquad \frac{d^2\theta_2}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta_2$$

おもり 1 の軌道に添って変数 s を取ると, $m\ddot{s} = -mg(2\theta_1-\theta_2)$. $s=L\theta_1$ を代入して整理すると $m\ddot{\theta}_1 = -\frac{g}{L}(2\theta_1-\theta_2)$. おもり 2 の軌道に沿って変数 s を取ると, $m\ddot{s} = -mg\theta_2$. $s=L\theta_2$ を代入して整理すると $m\ddot{\theta}_2 = -\frac{g}{L}\theta_2$.

(3) 系には 2 個の基準振動が存在する. 振動の最大振幅におけるおもりの位置を, 例に倣って下図に書き込みなさい(5×2=10).



Q2: 水平で摩擦のない床の上に，距離 $3L$ 離れた 2 枚の壁があり，質量 m の小さなおもり 1 とおもり 2 を 3 本のばねでつなぐ．ばねの自然長は L，ばね定数は k である．図のように座標系を取り，おもり位置を x_1，x_2 とする．以下の問に答えよ．



(1) 左，中央，右のそれぞれのばねの「**伸び**」を L，x_1，x_2 を使って表わせ(10).

左　$x_1 - L$　　中央　$x_2 - x_1 - L$　　右　$2L - x_2$

(2) おもり 1，おもり 2 の運動方程式を立てよ(5×2=10).

$$m\frac{\mathrm{d}^2 x_1}{\mathrm{d}t^2} = k\left(x_2 - 2x_1\right) \qquad m\frac{\mathrm{d}^2 x_2}{\mathrm{d}t^2} = k\left(3L - 2x_2 + x_1\right)$$

おもり 1：$F_\mathrm{L} = -k\left(x_1 - L\right)$，$F_\mathrm{R} = k\left(x_2 - x_1 - L\right)$　　力=k×伸び．符号は，右向きが正．

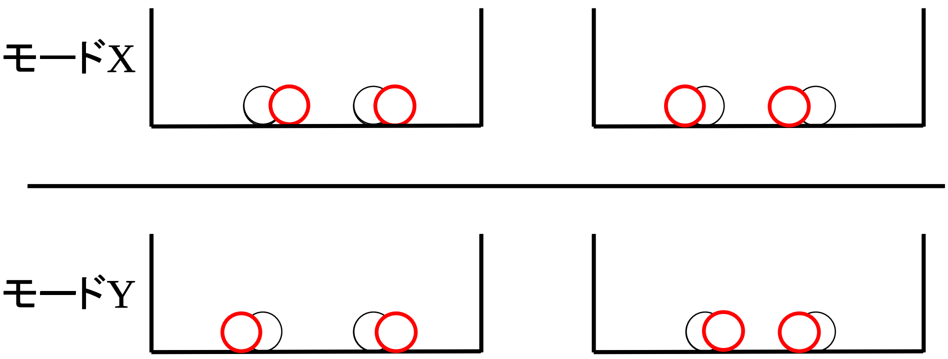
おもり 2：$F_\mathrm{L} = -k\left(x_2 - x_1 - L\right)$，$F_\mathrm{R} = k\left(2L - x_2\right)$

(3) $x_1+x_2=X$，$x_2-x_1=Y$ という新たな二つの変数を仮定し，独立した二つの運動方程式を導きなさい(5×2=10).

$$m\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2} = -k\left(X - 3L\right) \qquad m\frac{\mathrm{d}^2 Y}{\mathrm{d}t^2} = -3k\left(Y - L\right)$$

素直に計算すれば上の解を得る．

(4) X と Y はそれぞれ振動モードを表している．振動の様子を下に描き，それぞれのモードの角振動数を下に書きなさい(モード各 5，振動数各 5，計 20).



角振動数 $\sqrt{\dfrac{k}{m}}$　　　　角振動数 $\sqrt{\dfrac{3k}{m}}$