学籍番号　氏名　得点

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

質点に働く力が原点からの　変位　(文章)に比例し，かつ　原点　(文章)の方向を向くとき，質点は「単振動」を行う．運動方程式は，変位を x，定数を ω^2 として $\ddot{x}=-\omega^2 x$ (数式)と書ける．運動方程式は 2 階の微分方程式だが，一般解は $x=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$ (A，B は任意定数)と書ける．これは暗記すること．

Q2: 以下の微分方程式で表される現象の角振動数を求めよ(各 10).

(1) $m\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-kx$　振動は $x(t)$.

$\ddot{x}=-\dfrac{k}{m}x$．$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

(2) $\dfrac{1}{C}\displaystyle\int I\mathrm{d}t+L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=0$　振動は $I(t)$.

両辺を時間で一回微分．$\dfrac{I}{C}+L\dfrac{\mathrm{d}^2I}{\mathrm{d}t^2}$．変形して $\dfrac{\mathrm{d}^2I}{\mathrm{d}t^2}=-\dfrac{I}{LC}$．$\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$．

Q3: 運動方程式 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2x$ について，以下の問に答えよ．

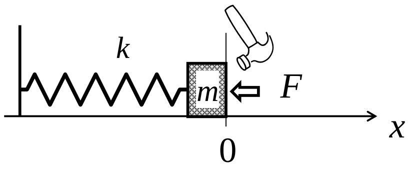
(1) 初期条件は，時刻ゼロにおいて位置が x_0，速度が v_0 であった．運動を決定せよ(10).

$x=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$．計算はしない．覚えること．解に初期条件を代入，$x_0=A$，$v_0=\omega B$ と決定できるから，運動は $x=x_0\cos(\omega t)+\dfrac{v_0}{\omega}\sin(\omega t)$．

(2) 運動の振幅を求めよ(10).

振幅は $\sqrt{A^2+B^2}$ で与えられるから，$\sqrt{{x_0}^2+\left(\dfrac{v_0}{\omega}\right)^2}$．

Q4: 図のようなばねとおもりの系がある．平衡の位置を x=0，右向きを正に定める．時刻ゼロで，おもりに短い時間 Δt だけ力 F を図の方向に与えた．以下の問に答えよ．



(1) おもりの初速度を求めよ．F は**正の量**とする(10).

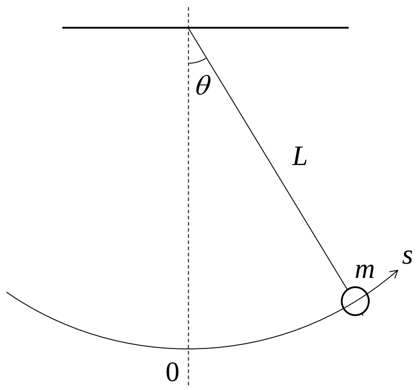
力積-運動量定理を使う．$-F\Delta t=mv_0$ から，$v_0=-\dfrac{F\Delta t}{m}$ ．

(2) 運動を決定せよ．初速度を$-v_0(v_0>0)$とせよ(10).

運動方程式は $\ddot{x}=-\dfrac{k}{m}x$．解けば，答えは $x=A\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)+B\sin\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}t\right)$($A$，$B$ は任意の定数)．初期条件は t=0 で x=0，v=$-v_0$．運動を決定すると，

$$x=-\sqrt{\frac{m}{k}}v_0\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right).$$

Q5: おもりの質量が m，長さ L の振り子について考える．



(1) 独立変数を，おもりの位置を鉛直から軌道にそって測った距離 s とする．s に関する運動方程式を立てなさい(10). **ヒント**:運動は s 方向に限定されているので，$m\dfrac{d^2s}{dt^2}=$(力の s 方向成分)

$$m\frac{d^2s}{dt^2}=-mg\sin\theta$$

(2) t=0 でおもりを $s=s_0$ から静かに放したとして，$s(t)$を決定せよ．ただし，$\sin\theta\approx\theta$ の近似を採用する(10).

運動方程式は $\dfrac{d^2s}{dt^2}=-g\theta=-\dfrac{s}{L}g$ で，これは単振動である．解は $\theta=A\sin\omega t+B\cos\omega t$ (ただし $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{L}}$，$A$，$B$ は任意定数)．t=0 で $s=s_0$，v=0 という初期条件を代入すれば運動が決定できて，

$$s=s_0\cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right).$$