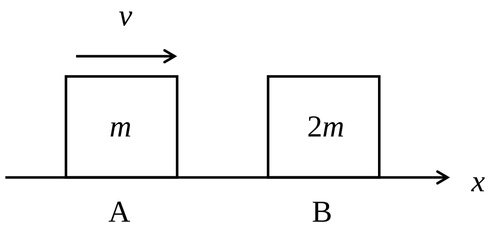
「力学演習」問題(07)　2018.11.05

学籍番号　　　　氏名　　　　得点

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×6=30).

「衝突」とは，2 物体が短い時間に大きな力積を及ぼし合う現象である．そのため，外力の影響が無視できて，衝突では一般に＿運動量保存則＿(文章)が必ず成り立つと考えてよい．これを＿撃力＿(文章)近似と呼ぶ．衝突は「はねかえり係数」e で分類される．e=0 の衝突が＿完全非弾性衝突＿(文章)で，特徴は＿衝突後に 2 物体が一体となること＿(文章)である．一方，e=1 の衝突を＿弾性衝突＿(文章)と呼び，この場合，衝突の前後で＿力学的エネルギーが保存する＿(文章)のが特徴である．

Q2: 図のように x 軸を定義する．静止した質量 $2m$ の物体 B に質量 m の物体 A が速度$+v$ で衝突する．以下の問に答えよ．運動は 1 次元，衝突は弾性衝突で，床と物体の間に摩擦はないものとする．



(1) 衝突後の A，B の速度 v_A，v_B を決定せよ(5×2=10).

跳ね返り係数の定義式は $e=1=-\frac{v_B-v_A}{0-v}$. 変形すれば $v=v_B-v_A$ ．一方，運動量保存則から $v=v_A+2v_B$.

あとは連立方程式．$v_A=-\frac{1}{3}v$， $v_B=\frac{2}{3}v$.

(2) 衝突後の全運動エネルギーを求めよ(10).

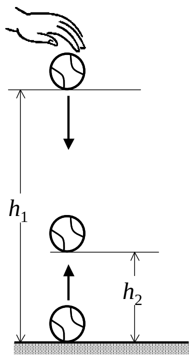
$K=\frac{1}{2}\left\{m\left(-\frac{1}{3}v\right)^2+2m\left(\frac{2}{3}v\right)^2\right\}=\frac{1}{2}mv^2$．もちろん，エネルギー保存則から直ちに $K=\frac{1}{2}mv^2$ である．

(3) 衝突後に A が静止するようにしたい．B の質量は自由に選べ，衝突は弾性衝突とする．B の質量を求めよ(10).

(1)と同様の計算を行ってもよいが，「速度交換」の法則があるので B の質量は m と直ちに分かる．

Q3: 図の様な実験から，ボールと床の衝突における跳ね返り係数を求めよ(10).

※「公式球の反発係数」はこの方法で計測している.

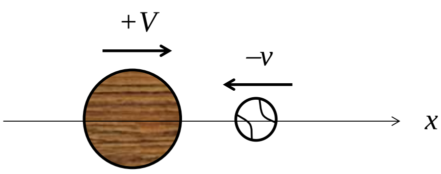


高さh_1からボールを落とし，
跳ね返ったボールの到達点がh_2

エネルギー保存から，「落とした高さと上がった高さ」の比率は$\left(\frac{v_f}{v_i}\right)^2$に等しい.

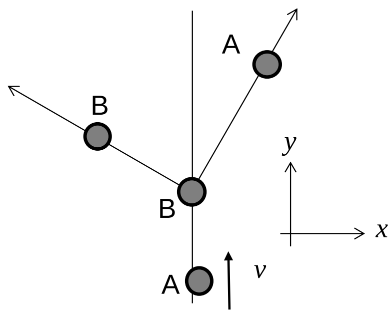
$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{v_f^2}{v_i^2}=e^2 \rightarrow e=\sqrt{\frac{h_2}{h_1}}.$$

Q4: 速度$-v$でやってくる質量mのボールを，速度$+V$，質量Mのバットで打ち返す．クリーンヒットすれば，ボールは来た方向と反対方向に飛んでいく．バットの材質，質量を任意に選べるとして，ヒットした後のボールに期待できる最大の速度を求めよ(10).



「材質を選べる」ことから，跳ね返り係数 1 を仮定する．$1=-\frac{V_f-v_f}{V+v}$が成立．また，Mをmに比べて極めて大きく取れば，衝突後のV_fはVのまま変わらない．これらを連立して，$v_f=v+2V$を得る.

Q5: 2 次元の衝突の運動量保存則は，成分ごとに考えると代数的に計算できる．同じ質量を持った物体 A，B があり，静止した B に A が弾性衝突した．以下の問に答えよ.



(1) 衝突後の A の速度を(V_{Ax}, V_{Ay})とする．衝突後の B の速度をv，V_{Ax}，V_{Ay}で表わせ(10).

x成分：$V_{Bx}=-V_{Ax}$

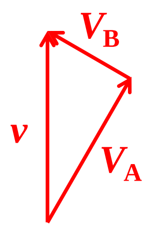
y成分：$V_{By}=v-V_{Ay}$

答えは成分表示で$(-V_{Ax}, v-V_{Ay})$

(2) エネルギー保存則から，$V_A^2+V_B^2=v^2$が成立する．したがって衝突後に A と B が飛び去る角度は必ず直角をなす．これを証明せよ(10). ヒント:ベクトルを使い図式的に証明すると楽である.

衝突前後の速度をベクトルで表すと右図のようになる. $V_A^2+V_B^2=v^2$は三平方の定理だから，

V_AとV_Bがなす角は直角である．証明終わり.



別解：V_AとV_Bの成分表示を使い，内積がゼロであることを示せばよい.

$\boldsymbol{V}_A \cdot \boldsymbol{V}_B=-V_{Ax}^2+vV_{Ay}-V_{Ay}^2$

$V_A^2+V_B^2=v^2$から $V_{Ax}^2+V_{Ay}^2=vV_{Ay}$が成立．これを上式に代入し，$\boldsymbol{V}_A \cdot \boldsymbol{V}_B=0$