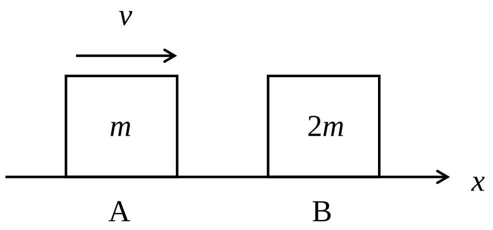
「力学演習」問題(07) 2017.11.16

学籍番号　　　　　　　　　氏名　　　　　　　　　　　　　　　　　　　得点

Q1: 以下の空欄を埋めなさい(5×4=20).

運動量保存則(A)は閉じた系でしか成立しないが，地上で実現することは難しい．しかし，短い時間に2物体が大きな力を及ぼしあうとき，その他の力は無視できて(A)が近似的に成り立つ．これを撃力近似と呼ぶ．その典型的な現象が衝突(B)である．(B)を分類するのに使える「跳ね返り係数」は0から1の範囲の値を取りうる．

Q2: 図のように $x$ 軸を定義する．静止した質量 $2m$ の物体 B に質量 $m$ の物体 A が速度 $+v$ で衝突する．以下の問に答えよ．運動は 1 次元，衝突は弾性衝突で，床と物体の間に摩擦はないものとする．




(1) 衝突後の A，B の速度 $v_A$，$v_B$ を決定せよ(5×2=10).

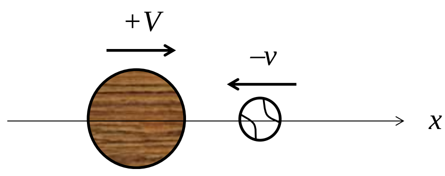
跳ね返り係数の定義式は $e=1=-\dfrac{v_B-v_A}{0-v}$. 変形すれば $v=v_B-v_A$ . 一方，運動量保存則から $v=v_A+2v_B$.

あとは連立方程式． $v_A=-\dfrac{1}{3}v$， $v_B=\dfrac{2}{3}v$.

(2) 衝突後の全運動エネルギーを求めよ(10).

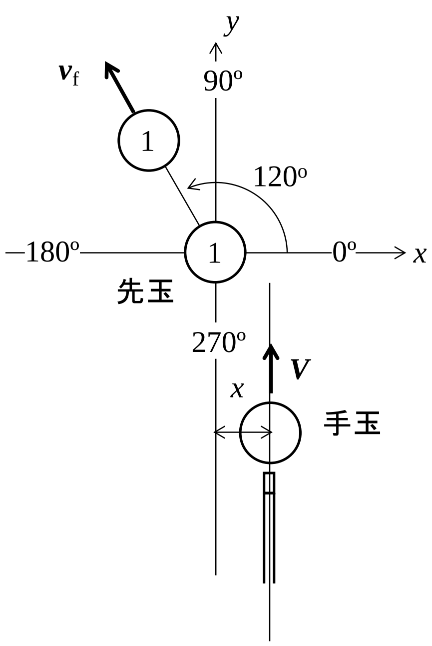
$K=\dfrac{1}{2}\left\{m\left(-\dfrac{1}{3}v\right)^2+2m\left(\dfrac{2}{3}v\right)^2\right\}=\dfrac{1}{2}mv^2$． もちろん，エネルギー保存則から直ちに $K=\dfrac{1}{2}mv^2$ である．

Q3: 速度 $-v$ でやってくる質量 $m$ のボールを，速度 $+V$，質量 $M$ のバットで打ち返す．クリーンヒットすれば，ボールは来た方向と反対方向に飛んでいく．バットの材質，質量を任意に選べるとして，ヒットした後のボールに期待できる最大の速度を求めよ(10).



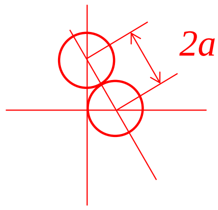

「材質を選べる」ことから，跳ね返り係数 1 を仮定する． $1=-\dfrac{V_f-v_f}{V+v}$ が成立．また，$M$ を $m$ に比べて極めて大きく取れば，衝突後の $V_f$ は V のまま変わらない．これらを連立して， $v_f=v+2V$ を得る．

Q4: 図はビリヤード球の衝突を表している．静止した先玉に手玉を$(0,+V)$で衝突させたところ，先玉は 120°の角度に転がり始めた．玉の半径はどちらも $a$ である．衝突は弾性衝突で，2 つの玉の質量は等しい．以下の問いに答えよ．




(1) 手玉は，$y$ 軸から距離 $x$ を保ち先玉に近づく．$x$ を求めよ(10).

先玉は撃力を受けた点と反対側に動き出す．衝突点は−60° だから，$x$ は $a$ である．




(2) 先玉の速度の絶対値を $v_f$ とする．衝突後の，手玉の速度の $x$ 成分 $V_{fx}$ を $v_f$ を使い表わせ(10).

先玉の速度成分は$\left(-\dfrac{v_f}{2}, \dfrac{\sqrt{3}v_f}{2}\right)$で，手玉速度の $x$ 成分は運動量保存則から先玉速度の $x$ 成分と打ち消し合う．答は$V_{fx} = \dfrac{v_f}{2}$ .

(3) (2)と同様に，衝突後の手玉の速度の $y$ 成分 $V_{fy}$ を求めよ(10).

$V_{fy}$ についての運動量保存則を立てると，$V = \dfrac{\sqrt{3}v_f}{2} + V_{fy}$ となる．$V_{fy}$ について解けば，　$V_{fy} = V - \dfrac{\sqrt{3}v_f}{2}$ .

(4) $V_f$ を，$V$ と $v_f$ を使い表わせ(10).

(2)，(3)の答を使い，$V_f = \sqrt{{V_{fx}}^2 + {V_{fy}}^2} = \sqrt{V^2 + {v_f}^2 - \sqrt{3}Vv_f}$ .

(5) 衝突後の，先玉の速さを答えよ(10).

エネルギー保存則を使う．(4)の結果から $V^2 = {v_f}^2 + V^2 + {v_f}^2 - \sqrt{3}Vv_f$ を得る．$v_f$ について解けば，

$v_f = \dfrac{\sqrt{3}}{2}V$ .