学籍番号　氏名　得点

Q1: 運動方程式が以下の関数で与えられる質点の運動 $x(t)$を決定しなさい．ただし，初期条件は t=0 で $\dot{x}=0$， $x=0$ とする．x, t 以外の文字は全て定数とする(10×3=30).

(1) $m\ddot{x}=mat$

$\dot{x}=\frac{a}{2}t^2+C_1$ 初期条件より C_1=0　$x=\frac{a}{6}t^3+C_2$ 初期条件より C_2=0　答：$x=\frac{a}{6}t^3$

(2) $m\ddot{x}=A\cos(\omega t)$

$\dot{x}=\frac{A}{m\omega}\sin(\omega t)+C_1$ 初期条件より C_1=0　$x=-\frac{A}{m\omega^2}\cos(\omega t)+C_2$ 初期条件より $C_2=\frac{A}{m\omega^2}$

答：$x=\frac{A}{m\omega^2}\{1-\cos(\omega t)\}$

(3) $m\ddot{x}=Ce^{-kt}$

$\dot{x}=-\frac{C}{mk}e^{-kt}+C_1$ 初期条件より $C_1=\frac{C}{mk}$， $\dot{x}=\frac{C}{mk}(1-e^{-kt})$　$x=\frac{Ct}{mk}-\frac{C}{mk^2}e^{-kt}+C_2$

初期条件より $C_2=\frac{C}{mk^2}$　答：$x=\frac{Ct}{mk}+\frac{C}{mk^2}(e^{-kt}-1)$

Q2: 高さ 0 から時刻 0 で鉛直に質量 m の物体を投げ上げる．重力加速度の大きさを g とする．以下の問に答えよ．

(1) 初速度を V として，運動を決定せよ(10).

運動方程式は $m\ddot{x}=-mg$．解けば $x=-\frac{1}{2}gt^2+C_1t+C_2$ (C_1，C_2 は任意定数)を得る．初期条件は t=0 で x=0, $\dot{x}=V$ だから，代入して C_1，C_2 を決定する．運動は $x=-\frac{1}{2}gt^2+Vt$．

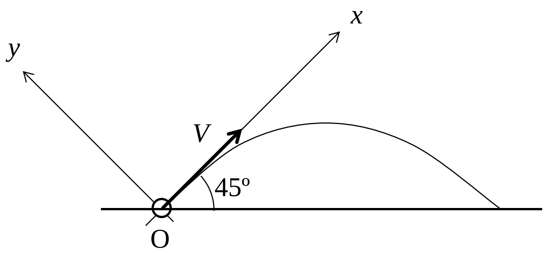
(2) 最高点の高さが H であった．V を H を用いて表わせ(10).

最高点において $\dot{x}=0$．その時刻は $0=-gt+V$ を満たす．解いて $t=\frac{V}{g}$．これを x の式に代入すると

$x=-\frac{1}{2}g\left(\frac{V}{g}\right)^2+V\left(\frac{V}{g}\right)$．この x は最高点 H だから，代入して V について解けば解を得る．

$V=\sqrt{2gH}$．

Q3: 水平面から斜め 45° の投げ上げ運動を考える．ただし，座標系は水平面から 45° 方向に x 軸を取る．初速度を V，物体の質量を m，重力加速度の大きさを g とする．以下の問に答えよ．



(1) x，y が従う運動方程式を示せ(5×2=10)．.

x:　$m\ddot{x} = -\dfrac{mg}{\sqrt{2}}$　　　　y:　$m\ddot{y} = -\dfrac{mg}{\sqrt{2}}$

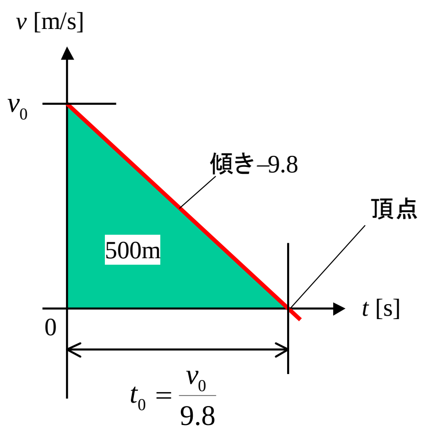
(2) 「物体が再び水平面に達した」という条件を，x，y を用いて表わせ(10).

「水平面」は $x = -y$ という条件を満たす座標．したがって，「$x = -y$　ただし $x>0$」が答え．

(3) 投げ上げた時刻を t=0 とする．運動方程式を解き，物体が再び水平面に達したときの x 座標を求めよ(10).

運動を決定すると，$x = Vt - \dfrac{gt^2}{2\sqrt{2}}$，$y = -\dfrac{gt^2}{2\sqrt{2}}$．(2)の条件を代入し，$Vt - \dfrac{gt^2}{2\sqrt{2}} = \dfrac{gt^2}{2\sqrt{2}}$ を得る．これを t について解き，$t = \dfrac{\sqrt{2}V}{g}$ を得る．この t を x の式に代入すれば，$x = \dfrac{V^2}{\sqrt{2}g}$ を得る．

Q4: 君は新米の花火職人だ．親方から，「500m 上がって，最高点で爆発する花火を作れ」と言われた．重力加速度の大きさを 9.8m/s² として以下の問いに答えよ．



(1) 打ち上げの初速はどれほどにすれば良いか(10).

この手の問題は v-t グラフを使うと楽.

$$S = \frac{1}{2}\frac{v_0^2}{9.8} = 500 \rightarrow v_0 = 99\,\mathrm{m/s}$$

(2) 打ち上げ後，何秒で爆発するように仕掛ければ良いか(10).

$$t_0 = \frac{99}{9.8} = 10 \rightarrow t_0 = 10\,\mathrm{s}$$