

学籍番号 _____ 氏名 _____ 得点 _____

Q1: 質量 m の物体を初速度 V で投げ上げる。時刻ゼロで物体は原点におり、初速度の方向は水平面から測って角度 30° である。重力加速度の大きさを g とする。以下の間に答えよ。

(1) 水平に x 軸，鉛直上向きに y 軸を取る。運動方程式を立てよ(5×2=10)。

※解答は $m\ddot{x} = \dots$ の形で表記すること。

$$x: m\ddot{x} = 0 \qquad y: m\ddot{y} = -mg$$

(2) 運動方程式を解きなさい。積分定数は x 成分が C_1, C_2 , y 成分が C_3, C_4 とせよ(5×2=10)。

※「運動方程式を解け」というのは、「微分方程式を解け」ということ。2階微分方程式は、解けば2個の積分定数が現れる。

$$x: x = C_1 t + C_2$$

$$y: y = -\frac{1}{2} g t^2 + C_3 t + C_4$$

(3) 運動を決定せよ(5×2=10)。

※「運動を決定せよ」というのは、初期条件と運動方程式を同時に満たす運動を答えよということ。

$$x: t=0 \text{ で } x=0, \quad \dot{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} V \text{ が初期条件。したがって, } x = \frac{\sqrt{3}}{2} V t$$

$$y: t=0 \text{ で } y=0, \quad \dot{y} = \frac{1}{2} V \text{ が初期条件。 } y = -\frac{1}{2} g t^2 + \frac{1}{2} V t$$

(4) 物体が再び地面に到達する時刻を求めよ(10)。

$$y=0 \text{ になる時刻は, } -\frac{1}{2} g t^2 + \frac{1}{2} V t = 0 \text{ を解き, } t_1 = \frac{V}{g}.$$

(5) 最高点の高さが H であった。 V を H を用いて表わせ(10)。

最高点において $\dot{y} = 0$ 。その時刻は $0 = -g t + \frac{V}{2}$ を満たす。解いて $t_0 = \frac{V}{2g}$ 。これを y の式に代入すると

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{V}{2g} \right)^2 + \frac{V}{2} \left(\frac{V}{2g} \right). \text{ この } y \text{ は最高点 } H \text{ だから, 代入して } V \text{ について解けば解を得る.}$$

$$V = \sqrt{8gH}.$$

Q2: 自動車が 15m/s の速さで走っている。ブレーキを掛け、 1.5m/s^2 の加速度で減速した。以下の間に答えよ。

(1) 自動車の質量を m ，位置を x ，加速度の大きさを K として運動方程式を立てよ(10).

$$\ddot{x} = -K$$

(2) 時刻ゼロを原点として，運動を決定せよ。 K に 1.5m/s^2 を代入すること(10).

とりあえず K のまま積分。 $x = -\frac{K}{2}t^2 + C_1t + C_2$ 。初期条件を代入し，積分定数決定すると，

$$x = -0.75t^2 + 15t.$$

(3) 自動車が停止するまでに走る距離を求めよ(10).

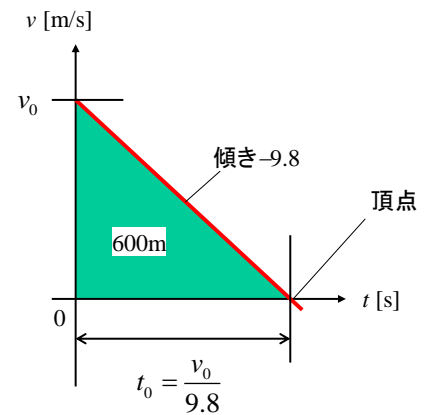
$\dot{x} = -1.5t + 15$ で， $\dot{x} = 0$ になる時刻は 10s. これを x の式に代入， $x = -0.75t^2 + 15t = 75\text{m}$.

Q3: 君は新米の花火職人だ。親方から、「600m 上がって，最高点で爆発する花火を作れ」と言われた。重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 として以下の問いに答えよ。

(1) 打ち上げの初速はどれほどにすれば良いか(10).

この手の問題は v - t グラフを使うと楽。

$$S = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{9.8} = 600 \rightarrow v_0 = 108\text{m/s} (1.1 \times 10^2 \text{m/s})$$



(2) 打ち上げ後，何秒で爆発するように仕掛ければ良いか(10).

$$t_0 = \frac{108}{9.8} = 11.06 \rightarrow t_0 = 11\text{s}$$